සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි/ முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/ All Rights Reserved

මධ්‍යම පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மத்திய மாகாண கல்வித் திணைக்களம்
DEPARTMENT OF EDUCATION - CENTRAL PROVINCE

අ.පො.ස(උ/පෙළ) පෙරහුරු පරීක්ෂණය - 2023

සංයුක්ත ගණිතය II | **10** | **S** | **II** | **13 ශ්‍රේණිය**

B කොටස

- ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) මෝටර් රථයක් a ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරන අතර A ලක්ෂ්‍යය, u ප්‍රවේගයෙන් පසුකර යයි. කිසියම් කාලයකට පසු $2u$ ප්‍රවේගයකට එළඹේ. පසුව එම ප්‍රවේගයෙන් ගමන්කොට $2a$ මන්දනය යටතේ නිශ්චලතාවයට පත්වේ. මෝටර් රථයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාලය ප්‍රස්තාරය අඳින්න. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් චලිතයට ගතවූ මුළු කාලය $\frac{1}{2u}\left[S-\frac{5u^2}{2a}\right]$. බව පෙන්වන්න. මෙහි S යනු මෝටර් රථයේ මුළු විස්ථාපනය වේ.

23' AL API [PAPERS GROUP]

(b) පන්දුවට පහර දෙන ක්‍රීඩකයෙක් W විකට්වුව අසලද පන්දු රකින්නෙක් විකට්වුවේ සිට d දුරකින් F හිදි ද ස්ථාන ගතකර තිබේ. WF සමඟ α කෝණයක් සාදන දිශාවට බිම දිගේ යන පරිදි පන්දුවට පහර දෙන ක්‍රීඩකයා u ප්‍රවේගයෙන් පන්දුව එල්ල කරයි. ක්ෂණිකව ක්‍රියාත්මක වන පන්දු රකින්නා පන්දුව රැක ගැනීම පිනිස v වේගයෙන් දුවයි. මෙහි $u > v$ වේ.

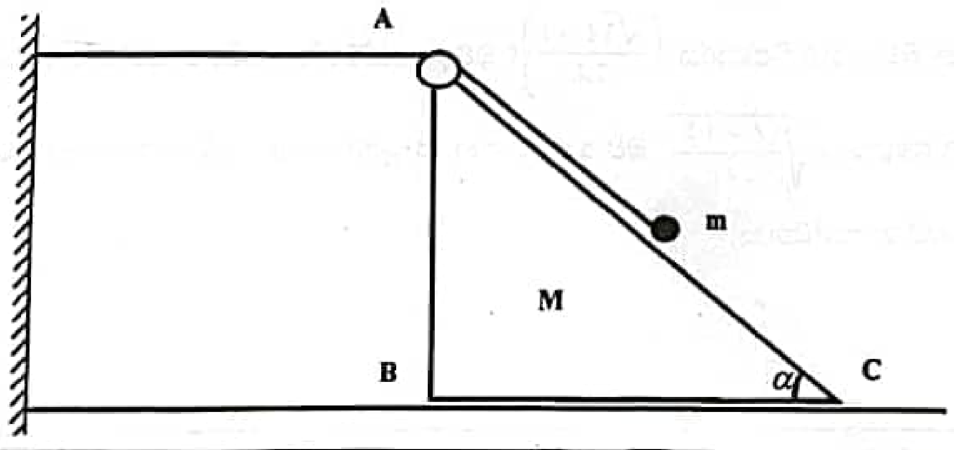
(i) පන්දුව රැකගැනීම සඳහා පන්දු රකින්නාට යා හැකි දිශා දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

(ii) හැකිතාක් ඉක්මණින් පන්දුව රැක ගැනීම සඳහා ඔහු යායුතු දිශාව කුමක්ද?

(iii) පන්දුව රැක ගැනීමට ගතවන අවම කාලය $\frac{d\left[u\cos\alpha-\sqrt{v^2-u^2\sin^2\alpha}\right]}{u^2-v^2}$ බව පෙන්වන්න

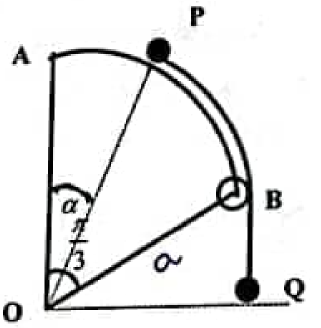
12.(a) ස්කන්ධය M වන ABC කුඤ්ඤයක් එහි BC මුහුණත ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වන රළු තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් A ශීර්ෂයේ ඇති කුඩා කප්පියක් උඩින් යවා ඇති අතර එහි එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් අමුණා කුඤ්ඤයේ තිරසට α ආනත මුහුණත මතද එහි අනෙක් කෙළවර සිරස් බිත්තියකටද සවිකර තිබේ. අංශුව සිරුවෙන් මුදා හරින විට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය

$$\frac{[m\sin\alpha-(M+m)\mu]g}{m(\mu\sin\alpha+2\cos\alpha-2)-M}$$ බව පෙන්වන්න.



(b). රූපයේ OAB මගින් දැක්වෙන්නේ අරය a ද කේන්ද්‍රයේ $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨයකි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්ද ස්කන්ධය 2m වූ Q අංශුවක්ද තන්තුවක දෙකෙළවරට අමුණා P අංශුව පෘෂ්ඨය මතද Q අංශුව O හි මට්ටමේ තබා සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. ආරම්භයේදී OP උඩු සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදන අතර OP උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන මොහොතේ දී $a\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{3}[\cos\alpha - \cos\theta + 2\theta - 2\alpha]$ බව පෙන්වන්න. එම මොහොතේ P අංශුව මත වෘත්තාකාර පෘෂ්ඨයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $R = \frac{2mg}{3}\left[\frac{5}{2}\cos\theta - \cos\alpha - 2\theta + 2\alpha\right]$ බවද පෙන්වන්න.

මෙහි $\alpha < \theta \le \frac{\pi}{3}$ වේ.



13.ස්වභාවික දිග ℓ වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ගැටගසා එහි අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය λm $(0 < \lambda < 1)$ වූ P අංශුවක් අමුණා සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයෙ තබා ඇත. තන්තුවේ විතතිය $\frac{\ell}{2}$ නම් ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය $2\lambda mg$ බව පෙන්වන්න.

23' AL API [PAPERS GROU

දැන් P අංශුව O ට පහළින් $\frac{\ell}{2}$ උසක තබා සිරුවෙන් මුදාහරිනු ලැබේ. තන්තුව සම්පූර්ණයෙන්ම ඇදෙන මොහොතේ දී P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න. තන්තුවේ විතතිය $x\left(>\frac{\ell}{2}\right)$ වන විට අංශුවේ චලිතය $\ddot{x} + \frac{2g}{\ell}\left(x - \frac{\ell}{2}\right) = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.

අංශුව O සිට සිරස් ලෙස පහළට ගමන් කරන උපරිම දුර $\frac{\ell}{2}(3 + \sqrt{3})$ බවද අංශුව මුදාහල මොහොතේ සිට උපරිම දුරට එළඹෙන මොහොත දක්වා චලිතයට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\pi - \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right]$ බව පෙන්වන්න.

P අංශුව පහළම ලක්ෂ්‍යයට ලඟා වන මොහොතේදී ක්ෂණිකව ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් P ට බද්ධ කරනු ලැබේ. සංයුක්ත අංශුවේ නව චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{2\lambda g}{(\lambda+1)l}\left(x - \frac{(\lambda+1)l}{2\lambda}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙම චලිතයේ නාභිය O සිට $\frac{(3\lambda+1)\ell}{2\lambda}$ දුරකින් පිහිටන බවද එහි විස්තාරය $\left(\frac{\sqrt{3}\lambda - 1}{2\lambda}\right)\ell$ බවද පෙන්වන්න. තවද සංයුක්ත අංශුව උපරිම දුරක් දක්වා චලනය වීමට ගතවන කාලය $\pi\sqrt{\frac{(\lambda+1)\ell}{2\lambda g}}$ බව පෙන්වන්න. සංයුක්ත අංශුව ගමන් කරන උපරිම දුර O සිට $\frac{\ell}{2\lambda}\left[3(1+\sqrt{3})\lambda - 2\right]$ වන බව පෙන්වන්න.

14.(a) O අචල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. D යනු AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ඇසුරෙන් සොයන්න. OC හා AB එකිනෙක සමාන්තර වේ. $\overrightarrow{OC} = k\overrightarrow{AB}$ ලෙස ගෙන $\overrightarrow{AC} = k\underline{b} - (1+k)\underline{a}$ බව පෙන්වන්න. OD හා AC රේඛා ඛණ්ඩ ඡේදනය වන අනුපාත සොයන්න. $\overrightarrow{OD}$ හා $\overrightarrow{AC}$ ලම්බ වේ නම් $\underline{a}\cdot\underline{b} = \left(|\underline{b}|^2 - |\underline{a}|^2\right)k - |\underline{a}|^2$ බව පෙන්වන්න. තවද $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ලම්බවේ නම් $k = \dfrac{|\underline{a}|^2}{|\underline{b}|^2 - |\underline{a}|^2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) කාටීසියානු තලයක පිහිටි A, B, C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශිකද එම ලක්ෂ්‍යවල ක්‍රියාකරන බල පහත වගුවේ දැක්වේ. මෙහි $a, p \in R^+$ වේ.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$2\underline{i}+\underline{j}$	$P\underline{i}+\underline{j}$
B	$-\underline{i}+3\underline{j}$	$-4\underline{i}+2\underline{j}$
C	$a\underline{i}+2\underline{j}$	$3\underline{i}+4\underline{j}$

(i) ඉහත දි ඇති ලක්ෂ්‍ය වල ක්‍රියා කරන බල කාටීසියානු තලයක ලකුණු කරන්න.

(ii) පද්ධතිය මූල ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට හා බල යුග්මයකට තුල්‍ය කර තිරස් හා සිරස් සංරචකද බල යුග්මයේ ඝූර්ණයද සොයන්න.

(iii) සම්ප්‍රයුක්ත බලය තිරසට 45^0 ක් ආනත වේ නම් a හා P සොයන්න.

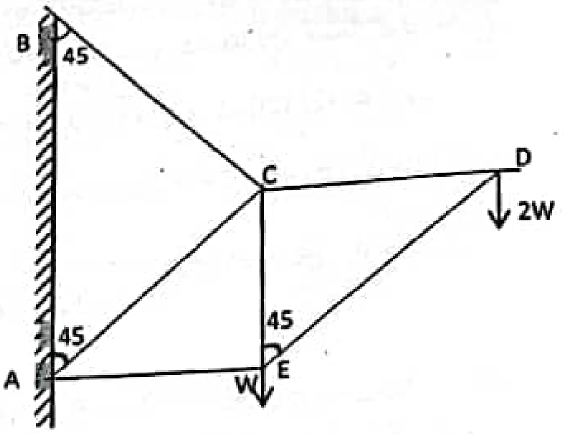
(iv) දැන් පද්ධතියට $3\underline{i}+2\underline{j}$ ලක්ෂ්‍යයේදී ක්‍රියා කරන $2\underline{i}-4\underline{j}$ බලයක් එකතු කරයි. සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $3x-9y+16=0$ බව පෙන්වන්න.

(v) ක්‍රියා රේඛාව $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා ක්‍රියා කරන රේඛාවකට මාරු කිරීමට අවශ්‍යව ඇත. ඒ සඳහා පද්ධතියට ලබා දිය යුතු බල යුග්මයේ ඝූර්ණයේ විශාලත්වය හා එහි අභිදිශාවද සොයන්න.

15. (a) AB, BC, CD, DA දිගින් සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක් ඒවායේ කෙළවර වලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර A සන්ධියෙන් එල්ලා ඇත. AB හා AD දඬු වල බර w බැගින් වන අතර BC හා CD දඬු වල බර λw බැගින් වේ. මෙහි $B\hat{A}D = 2\alpha$ වේ. BC හා CD දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය EF සැහැල්ලු දණ්ඩකින් සම්බන්ධ කර ඇත. B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\dfrac{w}{2}\sqrt{(2\lambda+1)^2\tan^2\alpha + 4\lambda^2}$ බවද එහි දිශාව $\tan^{-1}\left(\dfrac{2\lambda}{2\lambda+1}\right)\cot\alpha$ බවද පෙන්වන්න. C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\dfrac{(4\lambda+1)w\tan\alpha}{2}$ වූ බලයකින් C සන්ධිය දෙසට යොමු වෙමින් ක්‍රියා කරන බවද පෙන්වන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]

(b) රූපයේ දැක්වෙන්නේ AC, BC, AE, CE, CD, DE සැහැල්ලු දඬු හයකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. A හා B කෙළවරවල් සිරස් බිත්තියකට අසව් කර ඇති අතර D හා E සන්ධිවල දී පිළිවෙළින් 2w හා w භාර එල්ලා ඇත. $A\hat{B}C = B\hat{A}C = C\hat{E}D = 45^0$ වේ. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූපසටහනක් අඳින්න. ඒ නයින් සියලුම දඬු වල ප්‍රත්‍යාබල ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් සොයන්න.

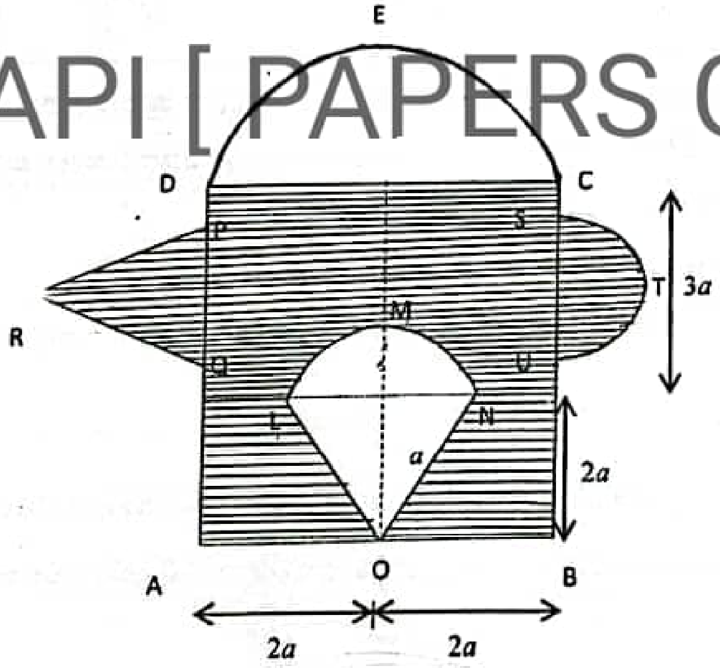


16.(a) අනුකලනය භාවිතයෙන්

(i) අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර චාපයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(ii) අරය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර ආස්තරයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය මත කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{4a}{3\pi}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

23' AL API [PAPERS GROUP]



ABCD සෘජුකෝණාශ්‍රාකාර කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලකි. $AB = 4a$ හා $BC = 5a$ වේ. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි OLMN කොටස කපා ඉවත් කර LMN කොටස STU කොටස ලෙසද LNO කොටස PQR ලෙසද නැවත අලවා ඇත. CED යනු අරය $2a$ ද රේඛීය ඝනත්වය $\frac{\sigma a}{2}$ වන පරිදි අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බි කැබැල්ලක් සවිකර ඇත. කාඩ්බෝඩ්වල ඝනත්වය σ වේ. AB පාදය x අක්ෂය මතද AD පාදය y අක්ෂය මතද පිහිටන බව සලකා වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ $G \equiv \left(\frac{(9\pi + 106)a}{3(\pi + 20)}, \frac{(69\pi + 692)a}{12(\pi + 20)} \right)$ බව පෙන්වන්න. දැන් මෙම වස්තුව A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලනු ලැබේ. එවිට AB සිරස සමඟ සාදන කෝණය θ නම් $\tan \theta = \frac{69\pi + 692}{4(9\pi + 106)}$ බවද පෙන්වන්න.

17. (a) මුළු සම්භාවිතාව පිළිබඳ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

මිනිසෙක් තම පෞද්ගලික ගමනක් යාම සඳහා කාරය, මෝටර් සයිකලය සහ පයින් යාම තෝරා ගැනීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ හා $\frac{1}{5}$ වේ. ඉහත එක් එක් අවස්ථා වලදී ඔහු අනතුරකට භාජනය විය හැකි සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{10}, \frac{2}{3}$ හා $\frac{1}{20}$ වේ. අනතුරක් සිදුවිය හැකි සම්භාවිතාව සොයන්න. තම ගමන යාමේදී අනතුරක් සිදුවන්නේ යැයි දී ඇති විට,

(i) කාරයෙන් ගමන්කර තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) පයින් ගමන්කර තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iii) මෝටර් සයිකලයෙන් ගමන්කර තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

23' AL API | PAPERS GROUP

(b) $\bar{x}$ හා σ^2 යනු $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ නිරීක්ෂණ n සංඛ්‍යාවක් අඩංගු කුලකයේ පිළිවෙළින් මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය වේ. මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය අර්ථ දක්වන්න.

$u_i = \frac{x_i - A}{c}$ ආදේශය යොදා ගනිමින් $\bar{X} = A + \frac{c\sum_{i=1}^{n} u_i}{n}$ බවද $\sigma^2 = c^2\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} u_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} u_i\right)^2}{n}\right)$ පෙන්වන්න.

සිසුන් 60 දෙනෙක් සංයුක්ත ගණිතය සඳහා වාර පරීක්ෂණයකදී ලබාගත් ලකුණු පහත වගුවේ දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය
0 - 20	7
20 – 40	16
40 – 60	22
60 – 80	10
80 - 100	5

සිසුන් මෙම විභාගයේදී ලබාගත් ලකුණු වල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය ගණනය කරන්න.

*****

23, AL Api
PAPERS GROUP
The best group in the telegram